

## Grado en Biotecnología – Análisis Matemático

1. Considera la matriz

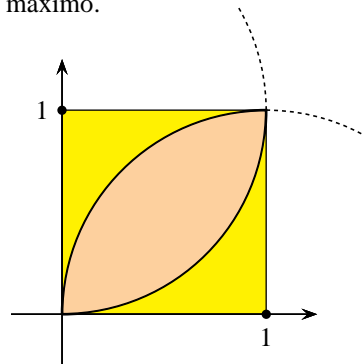
$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

- a) Expresa dicha matriz en la forma  $\mathbf{M} = \mathbf{PDP}^{-1}$  donde  $\mathbf{D}$  es una matriz diagonal.
- b) Calcula el límite  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{3^n} \mathbf{M}^n$ .
2. Una población de hembras está dividida en tres grupos de edad: crías, jóvenes y adultas. En cada período 1/4 de las crías llegan a jóvenes y 2/3 de las jóvenes llegan a adultas. Las crías no se reproducen, el número medio de crías hembras por cada hembra joven es de 2 y por cada hembra adulta es de 3. Sea  $\mathbf{X}(n) = (x(n), y(n), z(n))^T$  el vector que nos da la población de crías, jóvenes y adultos en la etapa  $n$ .
- a) Expresa  $x(n+1)$ ,  $y(n+1)$ ,  $z(n+1)$ , en función de  $x(n)$ ,  $y(n)$ ,  $z(n)$ , y comprueba que la dinámica de la población responde al modelo  $\mathbf{X}(n+1) = \mathbf{MX}(n)$  donde  $\mathbf{M}$  es una matriz de Leslie.
- b) Calcula la matriz  $\lim_{n \rightarrow \infty} \mathbf{M}^n$ .
- c) Discute el comportamiento en el futuro de la población y calcula las proporciones a largo plazo de los grupos de edad.
- d) Suponiendo que  $\mathbf{X}(0) = (200, 100, 80)$ , calcula  $\lim_{n \rightarrow \infty} \mathbf{X}(n)$ .

3. En un cono circular recto de radio en la base  $r$  y altura  $h$ , el volumen viene dado  $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$  y el área de su superficie por  $S = \pi r \sqrt{r^2 + h^2}$ . Calcula las dimensiones del cono que teniendo área superficial igual a un metro cuadrado tiene volumen máximo.

4.

Utiliza la integración para calcular el área de la intersección de los círculos centrados en  $(0, 1)$  y  $(1, 0)$  y de radio 1. Calcula, por el método de los discos o arandelas y por el método de las tubos o de las capas, el volumen del sólido engendrado al girar dicha región alrededor del eje de abscisas.



5. Clasifica los puntos críticos para determinar los extremos relativos del campo escalar  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  dado para todo  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$  por:

$$f(x, y) = x^3 + y^3 - xy^2 - x + 16$$

Pondré las calificaciones en PRADO (Avisos) el día 8. Revisión de exámenes el día 10 de 11h a 13h.

Granada, 7 de febrero de 2020.